DEVOIR SUR TABLE

Matière : Mathématiques **Date : 15 décembre 2023** **Classes : 2nde 9-10-11-12**

Professeurs : Mme Chartier-Kastler, Mme Subra et M. Ledormeur **Durée : 2h**

Documents autorisés : Aucun – CALCULATRICE NON AUTORISÉE

Le sujet est à rendre avec la copie, merci d'indiquer vos nom et prénom. **Page 1 sur 4**

NOM : **PRENOM :** **CLASSE :**

La présentation et la rédaction entreront pour une part importante dans la notation.
Les exercices seront traités dans l'ordre de votre choix.
Le barème, sur 40 points, est donné à titre indicatif.

L'exercice 1 est à traiter sur le sujet.
RENDRE LE SUJET

<u>Exercice 1 :</u> (9 points) <u>Cet exercice est à faire directement sur le sujet</u>

<u>Partie A :</u>

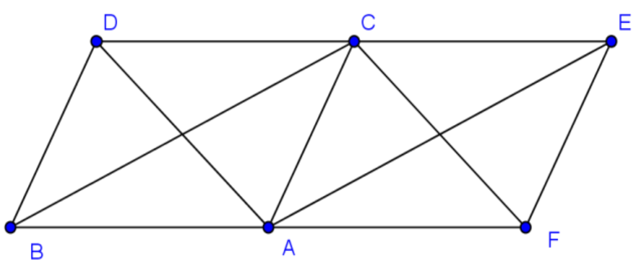
Pour chaque question, <u>entourer</u> LA ou LES bonnes réponses : A, B, C ou D sans justifier.
Une question où seulement toutes les réponses correctes sont entourées rapporte 1 point.
Une question avec une unique erreur ou oubli rapporte 0.5 point. 0 point pour les autres cas.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
ABC est un triangle rectangle en A, on a alors :	A est le projeté orthogonal de C sur la droite (AB)	(AB) est une hauteur du triangle ABC	(AC) est une médiane du triangle ABC	Si I est le milieu de [BC] alors $AI = BC$
ABC est un triangle rectangle en A, on a alors :	$\cos(\widehat{BCA}) = \dfrac{BA}{BC}$	$\cos(\widehat{BCA}) = \dfrac{CA}{BC}$	$\tan \widehat{CAB} = \dfrac{BC}{CA}$	$\widehat{BCA} = 90 - \widehat{CBA}$
Si $x > 4$ alors :	$x \geq 3$	$x \in]4\,;\,+\infty[$	$x \in]-\infty\,;4[$	$x = 5$
$A =]-2\,;\,5[$ et $B = [2\,;7]$	B est inclus dans $\mathbb{N}$	$A \cap B =]-2\,;7]$	$A \cap B = [2\,;5[$	$A \cup B =]-2\,;7[$
$ABCD$ est un parallélogramme de centre I. Donc :	$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{IB}$	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IC}$	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 0$
Si $x \in [-1\,;5]$ alors :	$\lvert x+4\rvert \leq 5$	$\lvert 2-x\rvert \leq 3$	$-1 < x < 5$	$\lvert x-2\rvert \leq 3$

<u>Partie B :</u>

ABDC et ACEF sont des parallélogrammes identiques.
Compléter les égalités vectorielles suivantes à l'aide d'un unique vecteur :

1. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} =$
2. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AB} =$
3. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} =$
4. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EA} =$
5. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} =$
6. $\overrightarrow{CF} - \overrightarrow{CE} =$



<u>Exercice 2 :</u> (7.5 points)

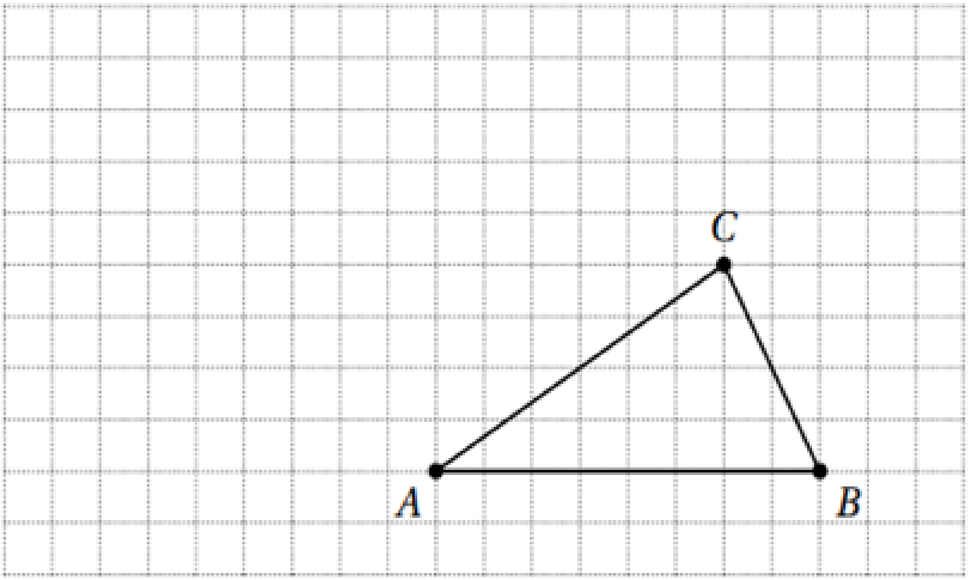
Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes.

ABC est un triangle quelconque.

Les points D, E, F, G et H sont définis par :

- $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB}$ $\quad\quad$ $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ $\quad\quad$ $\overrightarrow{AF} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$
- $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ $\quad\quad$ $\overrightarrow{AH} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{5}{2}\overrightarrow{BC}$

1. <u>Sur la figure ci-dessous</u> construire les points D, E, F, G et H.



2. a) Montrer à l'aide de la relation de Chasles que : $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AB}$.
b) Montrer à l'aide de la relation de Chasles que : $\overrightarrow{EF} = -\overrightarrow{AB}$.
c) Que peut-on en déduire pour le point E ? Soyez précis et justifiez.

3. a) Montrer que $\overrightarrow{GH} = 2\overrightarrow{BC}$.
b) Que peut-on en déduire pour les droites (GH) et (BC) ? Justifier.

<u>Exercice 3 :</u> (12 points)

Donner l'ensemble S des solutions dans $\mathbb{R}$ de chacune des équations et inéquations suivantes.

1) $\frac{4x-36}{6-x} = 0$

2) $3x(x^2 - 81) = 0$

3) $(x+4)(2x-1) - (3x-5)(2x+8) = 0$

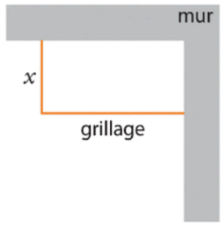
4) $\frac{-4x+3}{x+3} = 7$

5) $(3x+1)^2 = (2-5x)^2$

6) $(t-3)(5t-7) \leq (5t+1)(t+2)$

7) $\frac{x+1}{3} - \frac{2x-3}{2} < \frac{1}{6}$

<u>Exercice 4 :</u> (5 points)



Victor veut poser un grillage au fond de son jardin afin de créer un enclos rectangulaire pour ses poules (cf schéma). Pour cela, il possède un grillage de 12 mètres.
Victor souhaite déterminer la largeur de cet enclos pour qu'il ait une aire de 27 m².
On note x la largeur de l'enclos.

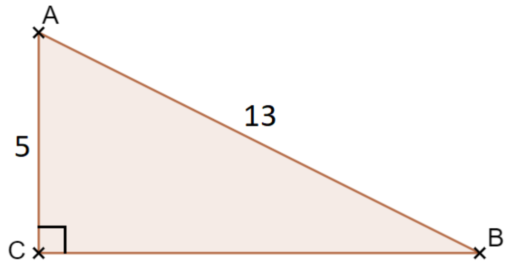
1) Donner, sans justifier, l'intervalle auquel appartient x.
2) Exprimer, en fonction de x, l'aire $\mathcal{A}$ de l'enclos.
3) Montrer que le problème revient à résoudre l'équation : $-x^2 + 12x - 27 = 0$.
4) Développer $(x-3)(9-x)$.
5) Résoudre le problème de Victor.

<u>Exercice 5 :</u> (7.5 points)

Les deux parties sont indépendantes.

<u>Partie A :</u> (3 points)

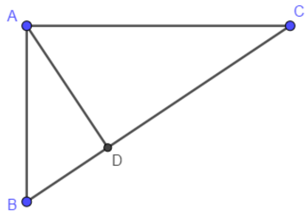
Lors d'un jeu de géocoaching, trois amies Anaëlle (point A), Bérénice (point B) et Clémentine (point C) s'envoient leurs coordonnées GPS à l'aide de leur téléphone satellite. En plaçant les positions sur son appareil, Clémentine voit les distances, en kilomètres, qui les séparent indiquées sur le schéma ci-contre.
On admet que le triangle ABC est rectangle en C.



1) Déterminer la distance qui sépare Bérénice et Clémentine.
2) a) Les trois amies souhaitent se rejoindre en un point R. Où doit se situer R pour que les trois amies parcourent la même distance ? Justifier la réponse.
   b) En déduire la distance que chacune des amies doit parcourir.

<u>Partie B :</u> (4,5 points)

a désigne un nombre réel avec $a > 1$.
ABC est un triangle tel que $AB = \sqrt{a} - 1$; $AC = \sqrt{a} + 1$ et $BC = \sqrt{2(a+1)}$
(DA) est la hauteur issue de A du triangle ABC.



1) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.
2) Déterminer l'aire du triangle ABC en fonction de a.
3) En déduire que si $a = 49$, alors $AD = 4,8$.