DEVOIR SUR TABLE

Matière : Mathématiques **Date : 4 octobre 2024** **Classes : 2^{nde} 9-10-11-12**

Professeurs : M. Ledormeur et Mme Subra **Durée : 2h**

Documents autorisés : Aucun – <u>CALCULATRICE NON AUTORISÉE</u>

<u>Le sujet est à rendre avec la copie</u>, merci d'indiquer vos nom et prénom. **Page 1 sur 4**

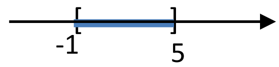
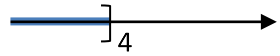
NOM : **PRENOM :** **CLASSE :**

La présentation et la rédaction seront sanctionnées.
Les exercices seront traités dans l'ordre de votre choix.
Le barème, sur 40 points, est donné à titre indicatif.

Les exercices 1 et 2 sont à traiter sur le sujet.
RENDRE LE SUJET

Exercice 1. (3,5 points)

1) Directement sur le sujet, compléter le tableau en suivant l'exemple de la première ligne.

Encadrement ou inégalité	Intervalle	Représentation
$-1 \leq x \leq 5$	$x \in [-1; 5]$	 -1 5
	$x \in \,]-2; +\infty[$	
$\frac{1}{5} > x \geq -\frac{10}{3}$		
		 4
	$x \in]-\infty \,;\, 15[$	

2) Directement sur le sujet, compléter en utilisant les symboles $\in, \notin, \subset, \not\subset$

$[0\,;9]$ ... $[-1; 4] \cup [5; 11]$

7 ... $[-1; 7] \cap \,]-\infty; 4]$

$\{\sqrt{49}\}$ ... $\mathbb{N}^*$

$3{,}14$ ... $[0; \pi[$

$\{-5\,;\,-3\,;0\,;2\}$ ... $\mathbb{Z}$

$\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$ ... $\mathbb{Q}$

3) Proposer deux intervalles I et J tels que : $\mathrm{I} \cap \mathrm{J} = [-2\,;5]$ et $\mathrm{I} \cup \mathrm{J} =]-10\,;13[$.

$\mathrm{I} =$

$\mathrm{J} =$

Exercice 2. (4 points)

On donne les intervalles suivants :

$I =]-\infty\,;15\,[$ $\quad J =]-3\,;4]$ $\quad K = [2\,;+\infty[$

1) Représenter ci-dessous, sur la même droite, les trois intervalles I, J et K de couleurs différentes.

2) A l'aide du graphique, déterminer les ensembles :

$I \cap J =$

$K \cup I =$

$K \cup J =$

$J \cap \mathbb{N} =$

$J \cap K =$

La suite du devoir est à rédiger sur votre copie.

Exercice 3. (7 points)

1. Calculer chacun des nombres suivants. On donnera l'écriture la plus simple possible.

$$A = \frac{9}{-5} + \frac{\frac{6}{5}}{4} - 1 \qquad B = \frac{35 \times 10^{-3} \times 2 \times 100^5}{5 \times (-10)^4 \times 14 \times 10^{-6}}$$

$$C = \frac{(5 - 2 \times 3)^5}{(2-3)^2} \qquad D = \sqrt{\frac{\frac{25}{4}}{2}} - \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{64}}}$$

2. Simplifier l'écriture des nombres suivants où a et b sont des réels non nuls.
   On donnera E et F sous la forme $a^n b^p$ où n et p sont des entiers relatifs.

$$E = \frac{(ab^2)^4 \times b^{-3} \times a^3}{a^2 \times b^5} \qquad F = \left(\frac{b}{a}\right)^{-5} \times a^4 \times b^3$$

Exercice 4. (12 points)

1) Développer et réduire les expressions suivantes à l'aide des identités remarquables :

$G = (x-3)^2 + (x+5)^2$

$H = (7x+1)^2 - (2-5x)(2+5x)$

2) Factoriser au maximum les expressions suivantes :

$J = (3x+1)(4x-3) + (4x-3)(-4x+5)$

$K = 7(10x+3) - (3+10x)(x-9)$

$L = (x-5)^2 - 2(x-5)(4x+11)$

$M = (6x+10)(x-1) + (25-5x)(3x+5)$

3) Écrire chacune des expressions suivantes sous la forme d'un seul quotient.

$N = \frac{2x}{x-1} + \frac{3}{x}$ pour $x \neq 1$ et $x \neq 0$

$P = \frac{4}{x+3} - \frac{x}{x-5}$ pour $x \neq 5$ et $x \neq -3$

Exercice 5. (5,5 points)

1) Écrire sous la forme $a + b\sqrt{c}$ où a, b et c sont des nombres entiers, c étant le plus petit possible.

$N = 3\sqrt{32}$ $\qquad P = \sqrt{15} \times \sqrt{40}$ $\qquad Q = \dfrac{\sqrt{7} \times \sqrt{24}}{\sqrt{14}}$

2) Écrire chaque quotient sans racine carrée au dénominateur.

$R = \dfrac{5}{\sqrt{2}}$ $\qquad S = \dfrac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}$ $\qquad T = \dfrac{2\sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$

Exercice 6. (5,5 points)

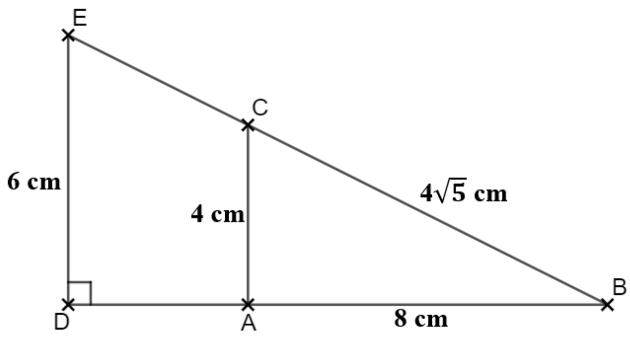
Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. On considère un triangle ABD rectangle en D tel que $AD = 3\sqrt{2}$ et $BD = 4\sqrt{2}$.

   L'unité est le centimètre.

   Calculer la valeur exacte de la longueur AB.

2. On considère la figure ci-contre. L'unité est le centimètre.
   a) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.
   b) En déduire que les droites (DE) et (AC) sont parallèles
   c) Calculer la longueur du segment [DA].



Exercice 7. (4 points)

Le nombre $\varphi = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$ est appelé "*nombre d'or*".

1. Calculer φ^2 et simplifier la fraction obtenue.

2. a) Montrer que $\varphi^2 = 1 + \varphi$.

   b) En vous aidant de la 2. a) et **sans utiliser** la relation $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$; montrer que $\varphi^3 = 2\varphi + 1$

3. Calculer $\dfrac{1}{\varphi}$ et simplifier le résultat obtenu (on donnera la fraction sans racine au dénominateur).