Calculatrice autorisée

Exercice 1 : (2 points)

Compléter le tableau ci-dessous en répondant à chaque affirmation par Vrai (V) ou Faux (F). Aucune justification n'est attendue.

Une bonne réponse donne 0,5 pt et une mauvaise réponse enlève 0,25 pt. L'absence de réponse n'enlève ni ne rapporte de point.

Affirmation	1	2	3	4	~~5~~	~~6~~
Réponse	F	V	F	V		

Affirmation 1 : Le point d'intersection des médiatrices d'un triangle est le centre de gravité.

Affirmation 2 : Si le triangle ABC est rectangle en A et que I est le milieu de [BC] alors la longueur du segment [AI] est égale à la moitié de celle de l'hypoténuse de ABC.

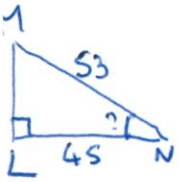
Affirmation 3 : Si ABCD est un parallélogramme et AC=BD alors ABCD est un carré.

Affirmation 4 : Si le centre du cercle circonscrit d'un triangle appartient à un des côtés du triangle, alors ce triangle est rectangle.

Exercice 2

1) cf cours

2) Dans le triangle MNL rectangle en L, on a :



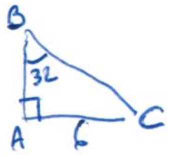
$$\cos(\widehat{MNL}) = \frac{LN}{MN}$$

$$\cos(\widehat{MNL}) = \frac{45}{53}$$

$$\widehat{MNL} = \text{Arccos}\left(\frac{45}{53}\right)$$

$$\widehat{MNL} \simeq 31{,}89°$$

3) Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :



$$\sin(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{BC}$$

$$\sin(32) = \frac{6}{BC}$$

$$BC = \frac{6}{\sin(32)}$$ donc $BC \simeq 11{,}32\text{ cm}$

3) On a $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ or $\sin x = \frac{2}{3}$

$$\cos^2 x + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1$$

$$\cos^2 x + \frac{4}{9} = 1$$

$$\cos^2 x = \frac{5}{9}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad (\text{car } \cos x > 0)$$

et $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

$$\tan x = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}}$$

$$\tan x = \frac{2}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{\sqrt{5}}$$

$$\tan x = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Exercice 3

E est le symétrique de B par rapport à M donc M milieu de [BE]

M milieu de [BE] et de [AC] donc ABCE est un parallélogramme.

Montrons que : $(CB) \perp (BA)$

Dans le triangle ABC, le plus long côté est [AC]

$AC^2 = 7,3^2 = 53,29$

et $AB^2 + BC^2 = 4,8^2 + 5,5^2 = 23,04 + 30,25 = 53,29$

Donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en B

Le parallélogramme ABCE a donc un angle droit

Donc ABCE est un rectangle

2) ABCE est un rectangle donc AC = BE et AC = 7,3 cm

Donc BE = 7,3 cm

3) F symétrique de C par rapport à B donc B est le milieu de [CF]

Dans le triangle CAB, M milieu de [CA] et B milieu de [CF]

D'après le théorème des milieux, on a (BM) parallèle à (AF)

Exercice 4

1) [AB] est un diamètre de C_1 et M un point de C_1

Donc le triangle ABM est rectangle en M

2) Dans le triangle ABM rectangle en M, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AM^2 + MB^2 = AB^2$

$AM^2 + 5^2 = 10^2$

$AM^2 = 100 - 25$

$AM^2 = 75$

$AM = \sqrt{75}$ car $AM > 0$

$AM = 5\sqrt{3}$ cm

3) a) [AI] est un diamètre de C_2 et J un point de C_2

donc AIJ est rectangle en J donc $(AJ) \perp (JI)$

Or $J \in (AM)$ et $(AJ) \perp (JI)$ donc $(IJ) \perp (AM)$

De plus AMB rectangle en M donc $(AM) \perp (MB)$

On a : $(IJ) \perp (AM)$ et $(AM) \perp (MB)$

Donc $(IJ) // (MB)$

b) Les points A, J, M et A, I, B sont alignés dans cet ordre et (IJ) parallèle à (MB)

D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AJ}{AM} = \frac{AI}{AB} = \frac{IJ}{MB}$$

$$\frac{3,2}{10} = \frac{IJ}{5}$$

$$IJ = \frac{5 \times 3,2}{10}$$

$$IJ = 1,6 \text{ cm}$$