

Exercice 1

$$1) 3(x-1)+2=5x-4 \Leftrightarrow 3x-3+2=5x-4$$

$$\Leftrightarrow -2x = -3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

$$2) (2x-1)(3x-4)=0 \Leftrightarrow 2x-1=0 \text{ ou } 3x-4=0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ ou } x = \frac{4}{3}$$

$$S = \left\{ \frac{1}{2}; \frac{4}{3} \right\}$$

$$3) 3x(x-1)(2x-3)=0 \Leftrightarrow 3x=0 \text{ ou } x-1=0 \text{ ou } 2x-3=0$$

$$\Leftrightarrow x=0 \text{ ou } x=1 \text{ ou } x=\frac{3}{2} \quad S = \left\{ 0; 1; \frac{3}{2} \right\}$$

$$4) 4(x+1)(x^2+2)=0 \Leftrightarrow x+1=0 \quad \text{car } 4 \text{ et } x^2+2 \text{ st strict. positifs}$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \quad S = \{-1\}$$

$$5) (x-2)^2(x^2-2)(x^2+2)=0 \Leftrightarrow x-2=0 \text{ ou } x^2-2=0 \quad \text{car } x^2+2 \text{ strict positif}$$

$$\Leftrightarrow x=2 \text{ ou } x=\sqrt{2} \text{ ou } x=-\sqrt{2}$$

$$S = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}; 2\}$$

$$6) (2x+3)(x-1)=-3 \Leftrightarrow 2x^2-2x+3x-3=-3$$

$$\Leftrightarrow 2x^2+x=0$$

$$\Leftrightarrow x(2x+1)=0$$

$$\Leftrightarrow x=0 \text{ ou } x=-\frac{1}{2}$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{2}; 0 \right\}$$

$$7) (x-2)(x+3)-(x-4)(3x+4)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x+3-(3x+4))=0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(-2x-1)=0$$

$$\Leftrightarrow x=2 \text{ ou } x=-\frac{1}{2}$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{2}; 2 \right\}$$

$$8) (2x-1)(3x+6) = 4(2x+4)(x-1)$$

$$\Leftrightarrow (2x-1)(3x+6) - 4(2x+4)(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x-1) \times 3(x+2) - 4 \times 2(x+2)(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(3(2x-1) - 8(x-1)) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(-2x+5) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \text{ ou } x = \frac{5}{2} \quad S = \left\{-2; \frac{5}{2}\right\}$$

$$9) \underline{9x^2 + 6x + 1} - (3x+1)(4x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x+1)^2 - (3x+1)(4x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x+1)(3x+1 - (4x-1)) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x+1)(-x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \text{ ou } x = 2 \quad S = \left\{-\frac{1}{3}; 2\right\}$$

$$10) (2x-1)^2 = (2x+3)(2x-5)$$

$$\Leftrightarrow \cancel{4x^2} - 4x + 1 = \cancel{4x^2} - 10x + 6x - 15$$

$$\Leftrightarrow 1 = -15 \quad S = \emptyset$$

$$11) \text{VI: } x = 4$$

Pour tout réel x différent de 4 :

$$\frac{x+3}{x-4} = 2 \Leftrightarrow x+3 = 2(x-4)$$

$$\Leftrightarrow -x = -11$$

$$\Leftrightarrow x = 11$$

$$S = \{11\}$$

$$12) \text{VI: } x = -3$$

Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3\}$, on a :

$$\frac{(x^2-9)(x-2)}{x+3} = 0 \Leftrightarrow x^2-9=0 \text{ ou } x-2=0$$

$$\Leftrightarrow x^2=9 \text{ ou } x=2$$

$$\Leftrightarrow x=3 \text{ ou } x=-3 \text{ ou } x=2 \quad S = \{-3; 2; 3\}$$

$$12) \text{ VI: } 2x+1=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$$

Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}$, on a:

$$\frac{x-2}{2x+1} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow 3(x-2) = 5(2x+1)$$

$$\Leftrightarrow -7x = 11$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{11}{7}$$

$$S = \left\{-\frac{11}{7}\right\}$$

$$13) \text{ VI: } x = -1 \text{ ou } x = -4$$

Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4, -1\}$, on a:

$$\frac{5}{-x-1} = \frac{3}{x+4} \Leftrightarrow 5(x+4) = 3(-x-1)$$

$$\Leftrightarrow 5x + 20 = -3x - 3$$

$$\Leftrightarrow 8x = -23$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{23}{8}$$

$$S = \left\{-\frac{23}{8}\right\}$$

$$14) \text{ VI: } * x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$$

$$* x-3=0 \Leftrightarrow x=3$$

$$* x^2-4=0 \Leftrightarrow x=2 \text{ ou } x=-2$$

Pour tout réel $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2, 3\}$

$$\frac{5}{(x+2)(x-3)} = -\frac{2}{x^2-4} \Leftrightarrow 5(x^2-4) = -2(x+2)(x-3)$$

$$\Leftrightarrow 5(x-2)(x+2) + 2(x+2)(x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(5(x-2) + 2(x-3)) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(7x-16) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{16}{7}$$

car -2 est une VI

$$S = \left\{\frac{16}{7}\right\}$$

$$15) \text{ VI: } x = -1 \text{ ou } x = \frac{1}{2}$$

Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; \frac{1}{2}\}$, on a:

$$\frac{x}{x+1} = -\frac{2x}{1-2x} \Leftrightarrow x(1-2x) = -2x(x+1)$$

$$\Leftrightarrow x - 2x^2 = -2x^2 - 2x$$

$$\Leftrightarrow 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0$$

$$S = \{0\}$$

$$16) \text{ VI: } x = -2 \text{ ou } x = \frac{3}{2}$$

Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; \frac{3}{2}\}$, on a:

$$\frac{2x-3}{x+2} = \frac{x+2}{2x-3} \Leftrightarrow (2x-3)^2 = (x+2)^2$$

$$\Leftrightarrow (2x-3)^2 - (x+2)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x-3 + x+2)(2x-3 - x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x-1)(x-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \text{ ou } x = 5$$

$$S = \{\frac{1}{3}; 5\}$$

$$17) \text{ VI: } x = 0$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, on a:

$$-\frac{1}{x} = x - 2 \Leftrightarrow -1 = x^2 - 2x$$

$$\Leftrightarrow 0 = x^2 - 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow 0 = (x-1)^2$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

$$S = \{1\}$$

Exercice 2

$$\begin{aligned}
 & 3x - 2(5x - 1) > 8 \\
 \Leftrightarrow & 3x - 10x + 2 > 8 \\
 \Leftrightarrow & -7x > 6 \\
 \Leftrightarrow & x < -\frac{6}{7} \\
 S = &]-\infty; -\frac{6}{7}[
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (x-4)^2 > (x-2)^2 \\
 \Leftrightarrow & x^2 - 8x + 16 > x^2 - 4x + 4 \\
 \Leftrightarrow & -4x > -12 \\
 \Leftrightarrow & x < 3 \\
 S = &]-\infty; 3[
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 4(2x-3) \leq 2x-5 \\
 \Leftrightarrow & 8x - 12 \leq 2x - 5 \\
 \Leftrightarrow & 6x \leq 7 \\
 \Leftrightarrow & x \leq \frac{7}{6} \\
 S = &]-\infty; \frac{7}{6}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & x\sqrt{2}-1 \geq x-1 \\
 \Leftrightarrow & x(\sqrt{2}-1) \geq 0 \\
 \Leftrightarrow & x \geq 0 \quad (\text{car } \sqrt{2}-1 > 0) \\
 S = & \mathbb{R}^+
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & x(\sqrt{5}-1)+2 > 3x+2 \\
 \Leftrightarrow & x(\sqrt{5}-1)-3x > 0 \\
 \Leftrightarrow & x(\sqrt{5}-4) > 0 \\
 \Leftrightarrow & x < 0 \quad (\text{car } \sqrt{5}-4 < 0) \\
 S = & \mathbb{R}^{-*}
 \end{aligned}$$

Exercice 3

$$\begin{cases} 2x+3y=-4 \\ 3x-y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3(3x-5)=-4 \\ y=3x-5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 11x=11 \\ y=3x-5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$$

Le couple solution du système est $(1; -2)$

$$\begin{cases} 2x-5y=-11 \times 3 \\ 3x+2y=-7 \times 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x-15y=-33 \\ 6x+4y=-14 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -19y=-19 \quad L_1 - L_2 \\ 3x+2y=-7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=+1 \\ 3x+2=-7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=3 \end{cases}$$

Le couple solution du système est $(3; 1)$

$$\begin{cases} 3x + 5y = 19 \times 2 \\ 6x - 4y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 10y = 38 \\ 6x - 4y = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 14y = 28 \\ 3x + 5y = 19 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ 3x + 10 = 19 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Le couple solution du système est $(3; 2)$

$$\begin{cases} a + 2b + 2c = 4 \\ 2a - b - 3c = -11 \\ -2a + b + 4c = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 - 2b - 2c \\ 2(4 - 2b - 2c) - b - 3c = -11 \\ -2(4 - 2b - 2c) + b + 4c = 13 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 - 2b - 2c \\ L_2: -5b - 7c = -19 \\ L_3: 5b + 8c = 21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 - 2b - 2c \\ -5b - 7c = -19 \\ L_2 + L_3: c = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 - 2b - 4 \\ -5b - 7 \times 2 = -19 \\ c = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -2b \\ -5b = -5 \\ c = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \\ c = 2 \end{cases}$$

Le triplet solution du système est $(-2; 1; 2)$