Correction : Feuille d'Exercice : Généralités sur les Fct

Exercice 1

a) $f(3)=1$ b) $f(2)=1$ c) $g(0)=3$ d) $h(0)=0$

e) $k(-5)=k(4)=0$

Exercice 2

1) $D_g=[-2;8]$

2) L'image de -1 par g est 2 et celle de 5 est 4

3) Les antécédents de -1 par g sont 0 ; 2 et environ $7,5$

4) Les solut° de l'éq. $g(x)=2$ sont les abs. des pts d'intersect° entre $\mathcal{C}_g$ et la droite $y=2$ donc $g(x)=2$ si $x\in\{-1;3;6,5\}$

Les sol de $g(x)<2$ st l'intervalle formé par les abs. des pts de $\mathcal{C}_g$ situés en dessous de la droite $y=2$

Donc $g(x)<2$ si $x\in\,]-1;3[\,\cup\,]6,5;8]$

Exercice 3

1) $D_f=[-4;7]$

2) L'image de 5 par f est -1 et $f(-4)=5$

3) Les antécédents de 0 par f sont 4 et 7

-2 n'a pas d'antécédent par f

4) $f(x)=2$ si $x\in\{-3;-1;3\}$

$f(x)>2$ si $x\in[-4;-3[\,\cup\,]-1;3[$

Exercice 4

1) $D_f=[-8;11]$ et $D_g=\mathbb{R}$ ou $]-\infty;+\infty[$

2) L'image de -5 est 3 par f

" 2 " 0 "

" 11 " 6 "

3) Les antécédents de 3 par f sont -5 ; 1 et 9
L' " de -2 " est 4
-3 n'a pas d'antécédents

4) Propriété cours $f(x)=k$
$f(x)=0$ si $x \in \{2;7\}$ et $f(x)=6$ si $x \in \{-3;0\}$

5) Propriété cours $f(x)<k$
$f(x)<3$ si $x \in [-8;-5[\cup]1;9[$

6) Propriétés cours $f(x)=g(x)$ et $F(x)<g(x)$
$f(x)=g(x)$ si $x \in \{-3;1;7\}$
$f(x)<g(x)$ si $x \in [-8;-3[\cup]1;7[$

Exercice 5

1) $f(2) = \frac{1}{2} \times 2^2 - 4 \times 2 + 1 = 2 - 8 + 1 = \boxed{-5}$

$$f(\sqrt{3}+1) = \frac{1}{2}(\sqrt{3}+1)^2 - 4(\sqrt{3}+1) + 1$$
$$= \frac{1}{2}(3+2\sqrt{3}+1) - 4\sqrt{3} - 4 + 1$$
$$= 2 + \sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 3$$
$$\boxed{f(\sqrt{3}+1) = -1 - 3\sqrt{3}}$$

2) On a $g(x)=0$ pour les coord. du pts d'int. entre l'axe des abs. et $\mathcal{C}_f$

$$g(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 = -4 \quad \underline{\text{Impossible}}$$

Il n'a pas de pt d'intersection entre $\mathcal{C}$ et l'axe des abscisses

3) $f(0) = \frac{1}{2} \times 0^2 - 4 \times 0 + 1 = 1$

Les coord. du pt d'int. entre $\mathcal{C}_f$ et l'axe des ordonnées ~~est~~ sont $(0;1)$

4) $f(\sqrt{2}) = \frac{1}{2}\sqrt{2}^2 - 4\sqrt{2} + 1 = -4\sqrt{2} + 2 \neq 3$

donc le point n'appartient pas à $\mathcal{C}_f$

$g(\sqrt{2}) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}^2 - 2 = -1 - 2 = -3$

Donc le pt appartient à $\mathcal{C}_g$

5) b) $f(x) - g(x) = \left(\frac{1}{2}x^2 - 4x + 1\right) - \left(-\frac{1}{2}x^2 - 2\right)$

$= \frac{1}{2}x^2 - 4x + 1 + \frac{1}{2}x^2 + 2$

$f(x) - g(x) = x^2 - 4x + 3$

Développons $(x-1)(x-3) = x^2 - 3x - x + 3 = x^2 - 4x + 3$

Les 2 formes développées sont égales donc

$f(x) - g(x) = (x-1)(x-3)$

c) $f(x) = g(x) \iff f(x) - g(x) = 0$

$\iff (x-1)(x-3) = 0$

RPN $x - 1 = 0$ <u>ou</u> $x - 3 = 0$

$x = 1$ $\quad x = 3$

Les solutions de $f(x) = g(x)$ sont 1 et 3