Correction géométrie plane

Exercice 1

1. K milieu de [CA] donc $CK = KA$

A et C appartiennent à $\mathcal{C}$ donc $CO = OA$

Puisque $CK = KA$ et $CO = OA$, les points O et K sont équidistants de A et C donc <u>(OK) est la médiatrice de [AC]</u>

On démontre de la même façon que (OJ) est la médiatrice de [B

2. I milieu de [AB] et J milieu de [BC] donc, d'après le théorème des milieux (IJ) est parallèle à (AC)

De plus (OK) est la médiatrice de [AC] donc (OK) est perpendiculaire à (AC)

On a : $(IJ) \parallel (AC)$ et $(AC) \perp (OK)$ donc $(IJ) \perp (OK)$

Puisque $(IJ) \perp (OK)$, <u>(OK) est une hauteur de IJK</u>

On montre de même que (OJ) est une hauteur de IJK, en effet (OJ) est la médiatrice de [BC] et (BC) parallèle à (IK)

Ainsi (OK) et (OJ) sont deux hauteurs de IJK et sont sécantes en O. <u>Ainsi O est l'orthocentre de IJK</u>

Exercice 2 :

1) On a (BC) perpendiculaire à (CP) donc BCP est rectangle en C. Le centre de son cercle circonscrit est donc le milieu de [BP] or B, C et P appartiennent à $\mathcal{C}$ donc $\mathcal{C}$ est le cercle circonscrit au triangle BCP donc <u>O est le milieu de [BP]</u> (car centre de $\mathcal{C}$)

2) H est l'orthocentre de ABC donc (CH) est perpendiculaire à (AB) et (AH) est perpendiculaire à (BC)

On a : $(AH) \perp (BC)$ et $(BC) \perp (CP)$ donc <u>(AH) est parallèle à (CP)</u>

De plus A, B et P appartiennent à $\mathcal{C}$ et [BP] est un diamètre de $\mathcal{C}$ (question 1) donc le triangle ABP est rectangle en A donc $(BA) \perp (AP)$

Ainsi, on a : $(BA) \perp (AP)$ et $(CH) \perp (AB)$ donc <u>$(AP) \parallel (CH)$</u>

Par conclure, on a : $(AH) \parallel (CP)$ et $(PA) \parallel (CH)$ donc <u>APCH est un parallélogramme</u>

3) a) ABP est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$BP^2 = AB^2 + AP^2$

$8^2 = 4^2 + AP^2$

$AP^2 = 48$

$AP = \sqrt{48}$ car $AP > 0$

$\underline{AP = 4\sqrt{3}}$

b) Dans le triangle APB rectangle en A ; on a :

$\sin \widehat{APB} = \frac{AB}{BP} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ $\quad$ $\text{Arcsin}\left(\frac{1}{2}\right) = 30°$

Donc $\underline{\widehat{APB} = 30°}$

Exercice 3

Puisque ABGH, BCFG et CDEF sont trois carrés de même côté, on a GE = AC et (GE) parallèle à (AC) donc GECA est un parallélogramme, les segments [GC] et [EA] ont donc le même milieu nommé P.

On se place dans le triangle AGC.

* BA = BC donc B milieu de [AC] donc (BG) est une médiane de AGC
* P milieu de [GC] donc (AP) est une médiane de AGC

Or (BG) et (AP) sont sécantes en J donc J est le centre de gravité du triangle AGC

De plus I milieu de [GA] donc (CI) est la troisième médiane de AGC donc J ∈ (CI) donc C, I, J sont alignés.