Exercice d'entrainement : Fonctions.

Exercice 1

1) En utilisant la calculatrice Menu - TABL et avec un pas de 0,5

x	-1,5	-1	0	1	$\frac{3}{2}$	2	2,5	3	3,5	4	5
$g(x)$	8,75	6	2	0	-0,25	0	0,75	2	3,75	6	12

2) $(x-2)(x-1) = x^2 - 2x - x + 2 = x^2 - 3x + 2 = g(x)$

On a donc bien $\underline{(x-2)(x-1) = g(x)}$

3) $g(-1) = (-1)^2 - 3\times(-1) + 2 = 1 + 3 + 2 = \boxed{6}$

$g(\sqrt{3}) = (\sqrt{3})^2 - 3\times\sqrt{3} + 2 = 3 - 3\sqrt{3} + 2 = \boxed{5 - 3\sqrt{3}}$

$g(\frac{5}{3}) = (\frac{5}{3})^2 - 3\times\frac{5}{3} + 2 = \frac{25}{9} - 5 + 2 = \frac{25}{9} - \frac{27}{9} = \boxed{-\frac{2}{9}}$

L'image de -1 par g est 6, celle $\sqrt{3}$ est $5-3\sqrt{3}$ et celle de $\frac{5}{3}$ est $-\frac{2}{9}$

4) $g(x) = +2 \iff x^2 - 3x + 2 = +2$

$x^2 - 3x = 0$

$x(x-3) = 0$

d'où $\underline{x = 0}$ ou $\underline{x = 3}$

$g(x) = 2$ a donc deux solutions qui sont 0 ou 3

5) a) $A \in \mathcal{C}$ si $g(-4) = 30$. Calculons $g(-4) = (-4)^2 - 3\times(-4) + 2$
$= 16 + 12 + 2 = 30$

Donc $\underline{g(-4) = 30}$ ainsi $A(-4; 30)$ appartient à la courbe représentant g.

b) Calculons $g(10^{-1}) = (10^{-1})^2 - 3\times10^{-1} + 2 = 10^{-2} - 3\times10^{-1} + 2$
$= 0,01 - 0,3 + 2 = 1,71$

donc $\underline{g(10^{-1}) \neq -2,29}$ donc $B(10^{-1}; -2,29)$ n'appartient pas à la courbe.

Exercice 2

1) Les solutions de $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection entre $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$. Donc les solutions sont $\underline{1 \text{ et } 3}$.

2) Les solutions de $f(x) < g(x)$ sont l'intervalle formés par les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ situés en dessous de $\mathcal{C}_g$

Donc les solutions de $f(x) < g(x)$ sont $\underline{]1; 3[}$

(J'exclus 1 et 3, car si $x = 1$ ou $x = 3$ $f(x) = g(x)$)

3) Le point d'intersection entre $\mathcal{C}_g$ et l'axe des abscisses a 0 pour ordonnée.

Cherchons $g(x) = 0 \iff 4x - 3 = 0$

$4x = 3$

$x = \frac{3}{4}$

Le pt d'intersection entre $\mathcal{C}_g$ et l'axe des abscisses a pour coordonnés $\left(\frac{3}{4} ; 0\right)$

4) A) $f(x) - g(x) = x^2 - (4x - 3) = x^2 - 4x + 3$

$(x-1)(x-3) = x^2 - x - 3x + 3 = x^2 - 4x + 3$

On a donc bien $f(x) - g(x) = (x-1)(x-3)$

B) On cherche $f(x) = g(x)$

$\iff f(x) - g(x) = 0$

$(x-1)(x-3) = 0$ Question 4) A)

donc $x = 1$ ou $x = 3$

Les solutions de $f(x) = g(x)$ sont donc $x = 1$ ou $x = 3$

Exercice 3

1) L'ensemble de définition de f est $[-2 ; 1,9]$ (Le point en -2 veut dire que la courbe s'arrête)

2)

x	-2	-1	0	1	1.9
$f(x)$	-1	3	1	-1	2

3) L'image de -1 par f est 3 et celle de 0,5 est 0,4 (environ)

4) -4 n'a pas d'antécédents par f

1 a trois antécédents qui sont à peu près $-1,75$; 0 et 1,75 par f (en rouge sur le graphique)

3 a un antécédent par f qui est -1 (en bleu sur le graphique)

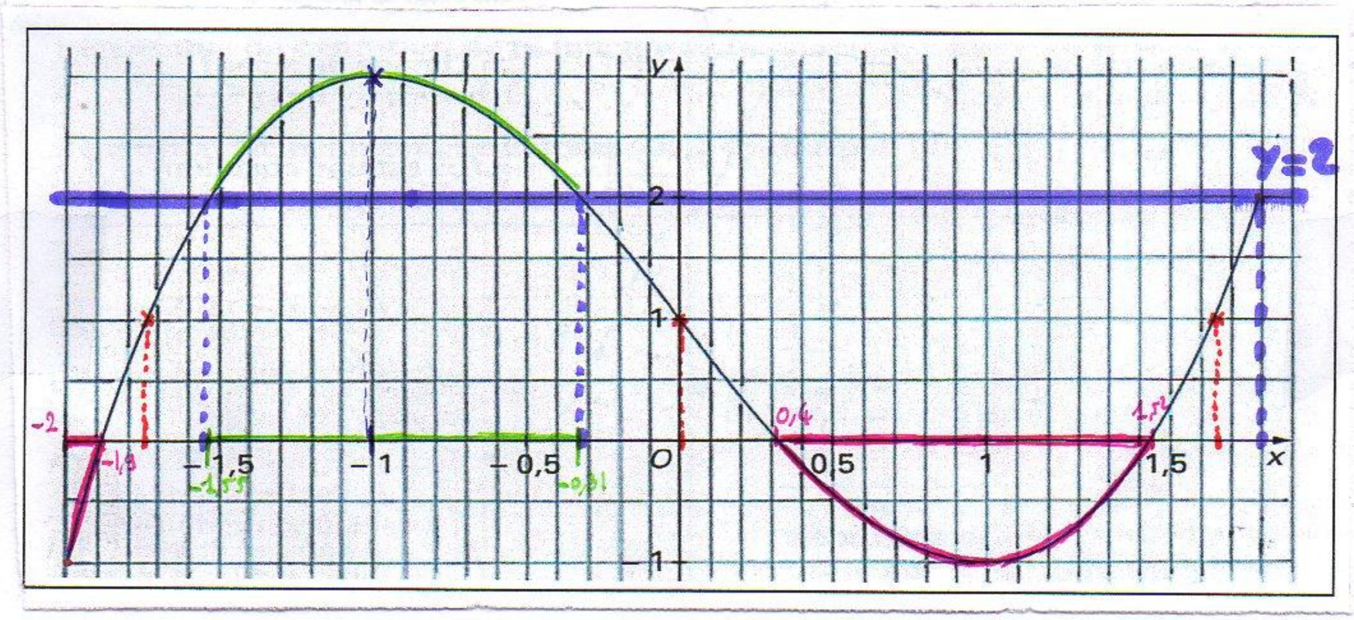
5) Les solutions de $f(x) = 2$ sont les abscisses des pts d'intersection entre $\mathcal{C}$ et la droite d'équation $y = 2$. Les solutions sont donc environ $-1,55$; $-0,31$ et $1,9$ (en violet sur le graphique)

6) Les solutions de $f(x) > 2$ sont l'intervalle formé par les abscisses ~~xxx~~ des points de $\mathcal{C}_f$ situés au dessus de la droite d'équation $y = 2$

Les solutions sont donc $]-1,55 ; -0,31[$ (en vert sur le graphique)

Les solutions de $f(x) \leq 0$ sont l'union d'intervalle formés par les abscisses des points de $\mathcal{C}$ situés en dessous la droite d'équation $y=0$, autrement dit en dessous l'axe des abscisses.

Les solutions sont donc $[-2\,;-1,9] \cup [0,4\,;1,52]$ (en rose)



⚠ Les seuls traits exigés dans l'énoncé sont en violets !

Exercice 4

$$f(x) = 8x+1+16x^2-3(4x+1)(2x-1) = 16x^2+8x+1-3(4x+1)(2x-1)$$
$$= (4x+1)^2 - 3(4x+1)(2x-1) \quad (1^e \text{ IR})$$
$$= (4x+1)[(4x+1)-3(2x-1)]$$
$$f(x) = (4x+1)(-2x+4) \underset{\text{ou}}{=} -2(4x+1)(x-2)$$

$$g(x) = (3x-1)^2-(2x-3)^2 = [(3x-1)+(2x-3)][(3x-1)-(2x-3)] \quad (3^e \text{ IR})$$
$$g(x) = (5x-4)(x+2)$$

$$h(x) = (x-4)(3x+6)-4(x+2)(x-3) = (x-4)\times 3(x+2) - 4(x+2)(x-3)$$
$$= (x+2)[3(x-4)-4(x-3)] = (x+2)(3x-12-4x+12)$$
$$= (x+2)(-x) = -x(x+2)$$

$$k(x) = \underbrace{x^2-9}_{3^e \text{ IR}} - 3(x-3)^2-(x-3)(3x-1) = (x-3)(x+3)-3(x-3)^2-(x-3)(3x-1)$$
$$= (x-3)[(x+3)-3(x-3)-(3x-1)]$$
$$k(x) = (x-3)(-5x+13)$$

$$p(x) = h(x)-g(x) = -x(x+2)-(5x-4)(x+2) = (x+2)(-x-(5x-4))$$
$$p(x) = (x+2)(-6x+4)$$

ou

donc $p(x) = -2(x+2)(3x-2)$