Exercice 1. (3,5 points)

1) Directement sur le sujet, compléter le tableau en suivant l'exemple de la première ligne.

Encadrement ou inégalité	Intervalle	Représentation
$-1 \leq x \leq 5$	$x \in [-1; 5]$	-1 5
$-2 < x$	$x \in]-2; +\infty[$	-2
$\frac{1}{5} > x \geq -\frac{10}{3}$	$x \in [-\frac{10}{3} ; \frac{1}{5}[$	$-\frac{10}{3}$ $1/5$
$x \leq 4$	$x \in]-\infty ; 4]$	4
$x < 15$	$x \in]-\infty ; 15[$	15

2) Directement sur le sujet, compléter en utilisant les symboles $\in, \notin, \subset, \not\subset$

$[0 ; 9]$ $\not\subset$ $[-1; 4] \cup [5; 11]$

7 $\not\subset$ $[-1; 7] \cap]-\infty; 4]$

$\{\sqrt{49}\}$ $\subset$ $\mathbb{N}^*$

$3{,}14$ $\in$ $[0; \pi[$

$\{-5 ; -3 ; 0 ; 2\}$ $\subset$ $\mathbb{Z}$

$\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$ $\in$ $\mathbb{Q}$

3) Proposer deux intervalles I et J tels que : $I \cap J = [-2 ; 5]$ et $I \cup J =]-10 ; 13[$.

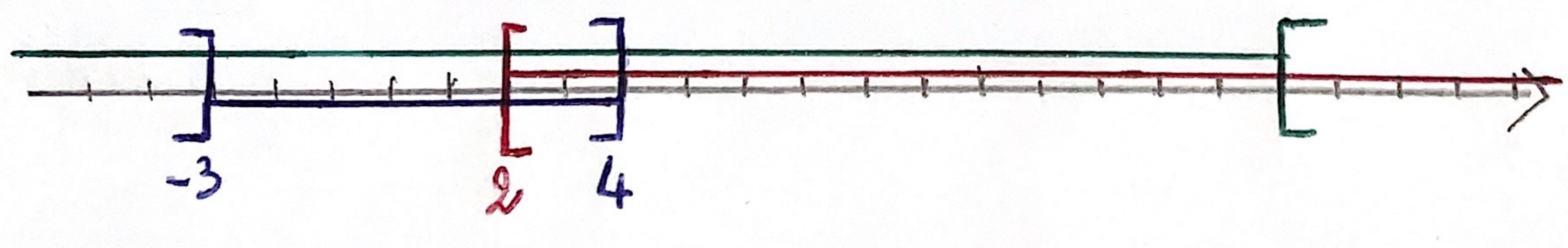
$I = [-2 ; 5]$ $J =]-10 ; 13[$

Exercice 2. (4 points)

On donne les intervalles suivants :

$I =]-\infty ; 15[$ $J =]-3 ; 4]$ $K = [2 ; +\infty[$

1) Représenter ci-dessous, sur la même droite, les trois intervalles I, J et K de couleurs différentes.



2) A l'aide du graphique, déterminer les ensembles :

$I \cap J = J$

$K \cup I = \mathbb{R}$

$K \cup J =]-3 ; +\infty[$

$J \cap \mathbb{N} = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4\}$

$J \cap K = [2 ; 4]$

Correction DST1

Exercice 3

1) $A = \frac{9}{-5} + \frac{\frac{6}{5}}{4} - 1$

$A = \frac{9}{-5} + \frac{6}{5} \times \frac{1}{4} - 1$

$A = \frac{9}{-5} + \frac{3}{10} - 1$

$A = -\frac{18}{10} + \frac{3}{10} - \frac{10}{10}$

$A = -\frac{25}{10}$

$A = -\frac{5}{2}$

$B = \frac{35 \times 10^{-3} \times 2 \times 100^{5}}{5 \times (-10)^{4} \times 14 \times 10^{-6}}$

$B = \frac{7 \times 5 \times 2 \times 10^{-3} \times (10^{2})^{5}}{5 \times 7 \times 2 \times 10^{4} \times 10^{-6}}$

$B = \frac{10^{-3} \times 10^{10}}{10^{-2}}$

$B = \frac{10^{7}}{10^{-2}}$

$B = 10^{9}$

$C = \frac{(5 - 2 \times 3)^{5}}{(2-3)^{2}}$

$C = \frac{(5-6)^{5}}{(-1)^{2}}$

$C = \frac{(-1)^{5}}{(-1)^{2}}$

$C = \frac{-1}{1}$

$C = -1$

$D = \sqrt{\frac{\frac{25}{4}}{2}} - \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{64}}}$

$D = \sqrt{\frac{25}{4} \times \frac{1}{2}} - \sqrt{64}$

$D = \sqrt{\frac{25}{2 \times 4}} - 8$

$D = \frac{5}{2\sqrt{2}} - 8$

$D = \frac{5\sqrt{2}}{4} - \frac{32}{4}$

$D = \frac{5\sqrt{2} - 32}{4}$

2) $E = \frac{(ab^2)^4 \times b^{-3} \times a^3}{a^2 \times b^5}$

$E = \frac{a^4 \times b^8 \times b^{-3} \times a^3}{a^2 \times b^5}$

$E = \frac{a^4 \times a^3 \times b^8 \times b^{-3}}{a^2 \times b^5}$

$E = \frac{a^7 \times b^5}{a^2 \times b^5}$

$E = a^5 \times b^0 = a^5$

$F = \left(\frac{b}{a}\right)^{-5} \times a^4 \times b^3$

$F = \frac{b^{-5}}{a^{-5}} \times a^4 \times b^3$

$F = a^5 \times a^4 \times b^{-5} \times b^3$

$F = a^9 \times b^{-2}$

Exercice 4

1) $G = (x-3)^2 + (x+5)^2$

$G = x^2 - 6x + 9 + x^2 + 10x + 25$

$G = 2x^2 + 4x + 34$

$H = (7x+1)^2 - (2-5x)(2+5x)$

$H = 49x^2 + 14x + 1 - (4 - 25x^2)$

$H = 49x^2 + 14x + 1 - 4 + 25x^2$

$H = 74x^2 + 14x - 3$

2) $J = (3x+1)(4x-3) + (4x-3)(-4x+5)$

$J = (4x-3)(3x+1-4x+5)$

$J = (4x-3)(6-x)$

$K = 7(10x+3) - (3+10x)(x-9)$

$K = (10x+3)(7-(x-9))$

$K = (10x+3)(7-x+9)$

$K = (10x+3)(16-x)$

$L = (x-5)^2 - 2(x-5)(4x+11)$

$L = (x-5)(x-5-2(4x+11))$

$L = (x-5)(x-5-8x-22)$

$L = (x-5)(-7x-27)$

$M = (6x+10)(x-1) + (25-5x)(3x+5)$

$M = 2(3x+5)(x-1) + (25-5x)(3x+5)$

$M = (3x+5)\left[2(x-1) + 25-5x\right]$

$M = (3x+5)(2x-2+25-5x)$

$M = (3x+5)(-3x+23)$

3) Pour $x \neq 1$ et $x \neq 0$:

$N = \dfrac{2x}{x-1} + \dfrac{3}{x}$

$N = \dfrac{2x \times x + 3(x-1)}{x(x-1)}$

$N = \dfrac{2x^2 + 3x - 3}{x(x-1)}$

Pour $x \neq 5$ et $x \neq -3$:

$P = \dfrac{4}{x+3} - \dfrac{x}{x-5}$

$P = \dfrac{4(x-5) - x(x+3)}{(x+3)(x-5)}$

$P = \dfrac{4x-20-x^2-3x}{(x+3)(x-5)}$

$P = \dfrac{-x^2+x-20}{(x+3)(x-5)}$

Exercice 5 :

1) $N = 3\sqrt{32}$

$N = 3\sqrt{16 \times 2}$

$N = 3 \times \sqrt{16} \times \sqrt{2}$

$N = 3 \times 4 \times \sqrt{2}$

$N = 12\sqrt{2}$

$P = \sqrt{15} \times \sqrt{40}$

$P = \sqrt{3 \times 5 \times 5 \times 8}$

$P = \sqrt{25} \times \sqrt{3} \times \sqrt{4} \times \sqrt{2}$

$P = 5 \times \sqrt{3} \times 2 \times \sqrt{2}$

$P = 10\sqrt{6}$

$Q = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{24}}{\sqrt{14}}$

$Q = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{4}}{\sqrt{2} \times \sqrt{7}}$

$Q = \sqrt{3} \times \sqrt{4}$

$Q = 2\sqrt{3}$

2) $R = \frac{5}{\sqrt{2}}$

$R = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$

$R = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

$S = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}$

$S = \sqrt{\frac{20}{5}}$

$S = \sqrt{4}$

$S = 2$

$T = \frac{2\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$

$T = \frac{2\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}$

$T = \frac{2\sqrt{3} + 2 \times 3}{1^2 - \sqrt{3}^2}$

$T = \frac{2\sqrt{3} + 6}{-2}$

$T = -\sqrt{3} - 3$

Exercice 6

1) Dans le triangle ABD rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

$AB^2 = (3\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2$

$AB^2 = 18 + 32$

$AB^2 = 50$ et $AB > 0$

$AB = \sqrt{50}$

$AB = \sqrt{25} \times \sqrt{2}$

$AB = 5\sqrt{2}$ cm

2) a) Dans le triangle ABC, le plus long côté est [CB]

$CB^2 = (4\sqrt{5})^2$

$CB^2 = 16 \times 5$

$CB^2 = 80$

et $AC^2 + AB^2 = 4^2 + 8^2$

$AC^2 + AB^2 = 16 + 64$

$AC^2 + AB^2 = 80$

Donc $CB^2 = AC^2 + AB^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en A

b) On a : $(AC) \perp (AB)$ (cf Q 2a) et $(ED) \perp (AB)$

donc $(AC) // (ED)$

c) Les droites (EC) et (DA) sont sécantes en B et les droites (AC) et (ED) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, on a :

$\frac{AC}{ED} = \frac{BA}{BD}$ donc $\frac{4}{6} = \frac{8}{D}$

donc $BD = \frac{6 \times 8}{4}$

$BD = 12$ cm

or $DA = BD - BA$

$DA = 4$ cm

Exercice 7

1) $\varphi^2 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2$

$\varphi^2 = \frac{(1+\sqrt{5})^2}{4}$

$\varphi^2 = \frac{1 + 2\sqrt{5} + 5}{4}$

$\varphi^2 = \frac{6 + 2\sqrt{5}}{4}$

$\varphi^2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$

2) a) $1+\varphi = 1 + \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$1+\varphi = \frac{2+1+\sqrt{5}}{2}$

$1+\varphi = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$

$\underline{1+\varphi = \varphi^2}$

b) $\varphi^3 = \varphi^2 \times \varphi$

$\varphi^3 = (1+\varphi)\times\varphi$

$\varphi^3 = \varphi + \varphi^2$

$\varphi^3 = \varphi + 1 + \varphi$

$\underline{\varphi^3 = 2\varphi + 1}$

3) $\frac{1}{\varphi} = \frac{1}{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$

$\frac{1}{\varphi} = \frac{2}{1+\sqrt{5}}$

$\frac{1}{\varphi} = \frac{2(1-\sqrt{5})}{(1+\sqrt{5})(1-\sqrt{5})}$

$\frac{1}{\varphi} = \frac{2-2\sqrt{5}}{1-5}$

$\frac{1}{\varphi} = \frac{2-2\sqrt{5}}{-4}$

$\underline{\frac{1}{\varphi} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}}$