

# **DEVOIR SUR TABLE**

*Si le sujet est à rendre avec la copie, merci de compléter :*

**Nom :** ..... **Prénom :** ..... **Classe :** .....

**Date : 28 mars 2025**

**Matière : Mathématiques**

**Classe(s) : 2<sup>nd</sup>e 9-10-11-12**

**Professeur(s) : Mme Subra et M. Ledormeur**

**Durée : 2 heures**

**Document(s)s autorisé(s) : Aucun**

**Calculatrice : oui**

Remarques :

Rendre le sujet complet.  
Ce sujet comporte 4 pages numérotées de 1 à 4.  
Le barème est donné à titre indicatif.

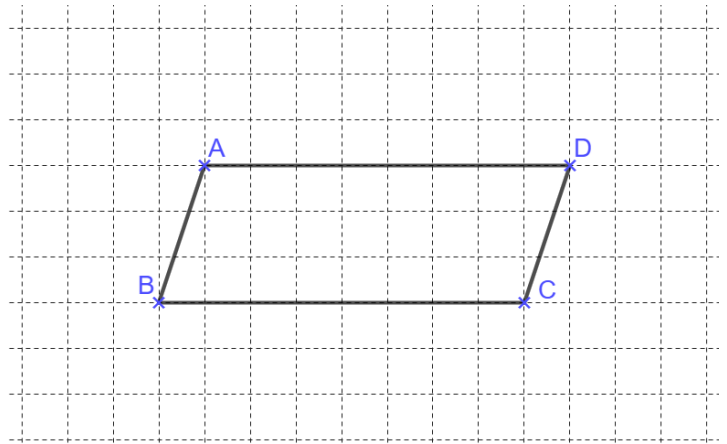
**Chaque exercice commencera en haut d'une page.**

**Exercice 1:** (4 points)

ABCD est un parallélogramme.

- 1) Construire ci-contre, les points M et N tels que  $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$  et  $\overrightarrow{AN} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AM}$ .

- 2) a) Montrer que  $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ .  
b) Montrer que les points C, D et N sont alignés.



**Exercice 2:** (10 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; I, J).

On considère les points  $A(4; -1)$ ,  $B(0; 5)$  et  $C(1; -3)$ . On ne demande pas de construction.

On admet que le triangle ABC est rectangle en A et que  $BC = \sqrt{65}$ .

1. a. Justifier que le point  $D\left(\frac{1}{2}; 1\right)$  est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.  
b. Montrer que le point  $F(4; 3)$  appartient au cercle circonscrit au triangle ABC.
2. a. Que représente la droite (AD) pour le triangle ABC ? Justifier.  
b. Déterminer une équation de la droite (AD).  
c. Soit (d) la médiane issue de C dans le triangle ABC.

On admet que l'équation réduite de (d) est  $y = 5x - 8$ .

Vérifier que le point  $G\left(\frac{5}{3}; \frac{1}{3}\right)$  est le point d'intersection de (d) et de la droite (AD). Que représente le point G pour le triangle ABC ? (sans justifier)

3. Déterminer l'équation réduite de la droite (d') parallèle à (d) passant par A.

**Exercice 3:** (6 points)

*Les questions suivantes sont indépendantes.*

1. Nathan, grand romantique dans l'âme, souhaite offrir un bouquet de fleurs à son amour de vacances pour son anniversaire. En se rendant chez le fleuriste, deux bouquets lui sont proposés :
  - un bouquet avec 7 roses et 3 lys coûtant 37,5 €
  - un bouquet avec 4 roses et 5 lys coûtant 34,9 €.

Déterminer le prix de vente d'une rose et le prix de vente d'un lys.

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :  $(-5x + 2)(3x + 1) \leq 0$ .

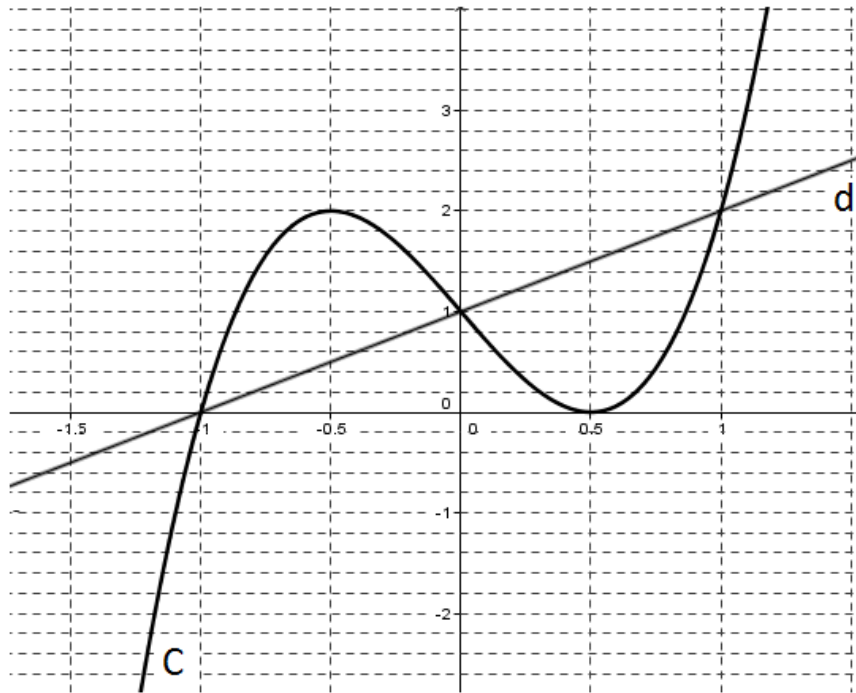
3. On considère l'inéquation suivante :

$$(I) \quad \frac{4x + 19}{-2x + 7} \geq 3$$

- a) Pour quelles valeurs cette inéquation est-elle définie ?
- b) Résoudre cette inéquation.

**Exercice 4.** (16 points)

On donne dans le repère ci-dessous, la courbe C représentant une fonction  $f$  et la droite  $d$  d'équation réduite  $y = x + 1$



**Partie I :** (6 points)

- 1) Déterminer graphiquement les images de 0 et de 1 par la fonction  $f$ .
- 2) Dresser le tableau de signes de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ . Sans justifier.
- 3) Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = 0$ . Sans justifier.
- 4) Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) > 0$ . **Justifier la réponse.**
- 5) Résoudre graphiquement, l'équation  $f(x) = x + 1$ . **Justifier la réponse.**

**Partie II :** (10 points)

La courbe C est la représentation graphique de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 4x^3 - 3x + 1$

- 1) Calculer  $f(0)$  et  $f(-\sqrt{2})$ .
- 2) Déterminer, par le calcul, les antécédents de 1 par la fonction  $f$ .
- 3) Démontrer que, pour tout réel  $x$ ,  $f(x) = (x + 1)(2x - 1)^2$
- 4) Résoudre algébriquement les équations  $f(x) = 0$ .
- 5) Résoudre algébriquement l'inéquation  $f(x) \leq 0$ .
- 6) a) Montrer que, pour tout réel  $x$ ,  $f(x) - (x + 1) = 4x(x + 1)(x - 1)$ .  
b) Déterminer algébriquement sur quel ensemble C est au-dessus de d.

