

Exercice 1.

1. c
2. a
3. b
4. b
5. b
6. b

Exercice 2.

$$1. CM_g = 0,7 \times 0,9 \\ = 0,63$$

$$\text{donc } t_g = -37$$

le taux d'évolution global est une baisse de 37%

$$2. CM_g = 1,03 \times 0,99 \\ = 1,0197$$

donc l'évolution globale est une hausse de 1,97%.

$$3. CM = 0,9 \text{ donc le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque est } CM_r = \frac{1}{0,9} \\ \text{donc } CM_r \approx 1,1111$$

donc l'évolution qui compense la baisse de 10% est une hausse de 11,11%.

$$4. \text{ Il y a une hausse globale de } 50\% \\ \text{donc } CM_g = 1,5. \text{ la hausse de } 20\% \\ \text{la première année nous donne : } CM_1 = 1,2$$

$$\text{or } CM_g = CM_1 \times CM_2 \Leftrightarrow CM_2 = \frac{CM_g}{CM_1}$$

$$\Leftrightarrow CM_2 = \frac{1,5}{1,2}$$

$$\Leftrightarrow CM_2 = 1,25$$

donc la hausse de la 2^e année est de 25%.

$$5. \quad CM = 1,14 \quad \text{donc} \quad CM_1 = \frac{1}{1,14}$$

$$\approx 0,8772$$

L'évolution réciproque d'une hausse de 14%
et une baisse de 12,28%.

$$6. \quad v_i = 910 \quad v_f = 910 + 54$$

$$= 964.$$

$$\text{donc } CM = \frac{964}{910}$$

$$\approx 1,0593$$

Il s'agit donc d'une hausse de 5,93%.

$$7. \quad CM = 1,15 \quad \text{et} \quad v_f = 13317 \text{ €}$$

$$v_i \times CM = v_f \Leftrightarrow v_i = \frac{v_f}{CM}$$

$$\Leftrightarrow v_i = \frac{13317}{1,15}$$

$$\Leftrightarrow v_i = 11580$$

donc le prix initial était de 11580 €.

$$8. \quad v_i = 125432 \quad \text{et} \quad CM = 1,046$$

$$\text{donc } v_f = 125432 \times 1,046$$

$$\approx 131202$$

la population en 2023 est 131202 habitants. 2/8

Exercice 3.

A. Pour tout réel $x \neq -1$:

$$\begin{aligned}\frac{1}{x+1} - \frac{x+3}{3} &= \frac{3 - (x+3)(x+1)}{3(x+1)} \\&= \frac{3 - (x^2 + 4x + 3)}{3(x+1)} \\&= \frac{-x^2 - 4x}{3(x+1)} \\&= \frac{-x(x+4)}{3(x+1)}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2. \quad \frac{1}{5\sqrt{2}-7} &= \frac{5\sqrt{2}+7}{(5\sqrt{2}-7)(5\sqrt{2}+7)} \\&= \frac{5\sqrt{2}+7}{50-49} \\&= 5\sqrt{2}+7\end{aligned}$$

donc $5\sqrt{2}-7$ et $5\sqrt{2}+7$ sont inverses l'un de l'autre.

$$B. (E_1) \quad (2x-1)(x+2) = (2x-1)(3x-5)$$

$$(E_1) (\Rightarrow) (2x-1)(x+2) - (2x-1)(3x-5) = 0$$

$$(\Rightarrow) (2x-1)(x+2-3x+5) = 0$$

$$(\Rightarrow) (2x-1)(-2x+7) = 0$$

$$(\Rightarrow) 2x-1=0 \quad \text{ou} \quad -2x+7=0$$

$$(\Rightarrow) x = \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad x = \frac{7}{2}$$

donc l'ensemble des solutions est $S = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{7}{2} \right\}$

$$(E_2) \quad 9(x-1)^2 - (2x+1)^2 = 0$$

$$(E_2) (\Rightarrow) [3(x-1) - (2x+1)][3(x-1) + (2x+1)] = 0$$

$$(\Rightarrow) (3x-3-2x-1)(3x-3+2x+1) = 0$$

$$(\Rightarrow) (x-4)(5x-2) = 0$$

$$(\Rightarrow) x-4=0 \quad \text{ou} \quad 5x-2=0$$

$$(E_2) (\Rightarrow) x = 4 \text{ ou } x = \frac{2}{5}$$

$$\text{donc } S = \left\{ 4; \frac{2}{5} \right\}.$$

$$(E_3) (x-1)^2 = -2x+5 (\Rightarrow) x^2 - \cancel{2x} + 1 = -\cancel{2x} + 5$$

$$(\Rightarrow) x^2 - 4 = 0$$

$$(\Rightarrow) (x-2)(x+2) = 0$$

$$(\Rightarrow) x = 2 \text{ ou } x = -2$$

$$\text{donc } S = \{ 2; -2 \}$$

$$(E_4) \frac{3x-5}{x+3} = \frac{2}{5} (\Rightarrow) \frac{3x-5}{x+3} - \frac{2}{5} = 0$$

$$(\Rightarrow) \frac{(3x-5) \times 5 - 2(x+3)}{5(x+3)} = 0$$

$$(\Rightarrow) \frac{15x - 25 - 2x - 6}{5(x+3)} = 0$$

$$(\Rightarrow) \frac{13x - 31}{5(x+3)} = 0$$

$$(\Rightarrow) 13x - 31 = 0 \text{ et } 5(x+3) \neq 0$$

$$(\Rightarrow) x = \frac{31}{13} \text{ et } x \neq -3$$

$$\text{donc } S = \left\{ \frac{31}{13} \right\}.$$

$$(E_5) \frac{1}{x-3} = \frac{5}{2x+4} (\Rightarrow) \frac{1}{x-3} - \frac{5}{2x+4} = 0$$

$$(\Rightarrow) \frac{2x+4-5(x-3)}{(x-3)(2x+4)} = 0$$

$$(\Rightarrow) \frac{-3x+19}{(x-3)(2x+4)} = 0$$

$$(\Rightarrow) -3x+19 = 0 \text{ et } (x-3)(2x+4) \neq 0$$

$$(\Rightarrow) x = \frac{19}{3} \text{ et } x \neq 3 \text{ et } x \neq -2$$

$$\text{donc } S = \left\{ \frac{19}{3} \right\}$$

$$C. (I_1) \quad 3x - 5 \geq -6x + 4 \Leftrightarrow 9x \geq 9 \\ \Leftrightarrow x \geq 1.$$

$$\text{donc } S = [1; +\infty[.$$

$$(I_2) \quad \frac{x}{2} - 3 \leq \frac{2x}{3} + 1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} - \frac{2x}{3} \leq 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x - 4x}{6} \leq 4$$

$$\Leftrightarrow -\frac{x}{6} \leq 4$$

$$\Leftrightarrow x \geq -24.$$

$$\text{donc } S = [-24; +\infty[.$$

$$(I_3) \quad (2x - 5)^2 \geq (4x - 3)(x + 2)$$

$$(I_3) \Leftrightarrow 4x^2 - 20x + 25 \geq 4x^2 + 8x - 3x - 6$$

$$\Leftrightarrow -25x \geq -31$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{31}{25}$$

$$\text{donc } S =]-\infty; \frac{31}{25}]$$

Exercice 4. (6)

1. a) x est une longueur donc $x \geq 0$
 $F \in [BC]$ et $BC = 10$ donc $BF \leq 10$
d'où $x \in [0; 10]$.

Pour tout réel x :

$$\begin{aligned} \text{b) } (x-5)^2 - 9 &= x^2 - 10x + 25 - 9 \\ &= x^2 - 10x + 16. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } x^2 - 10x + 16 &= 0 \Leftrightarrow (x-5)^2 - 9 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-5-3)(x-5+3) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-8)(x-2) = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 8 \text{ ou } x = 2 \end{aligned}$$

$$\text{donc } S = \{2; 8\}$$

2. On admet que $AF^2 = x^2 + 100$.

a) Dans le triangle ADE , rectangle en D ,
d'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} AE^2 &= AD^2 + DE^2 \\ &= 10^2 + 8,4^2 \quad \text{or } DE = 10 - 1,6 = 8,4 \\ &= 170,56 \end{aligned}$$

$$\text{donc } AE = \sqrt{170,56}$$

b) $F \in [BC]$ et $BF = x$ donc $FC = 10 - x$

Dans le triangle rectangle CFE , d'après
le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} EF^2 &= EC^2 + CF^2 \\ &= 1,6^2 + (10-x)^2 \\ &= 2,56 + 100 - 20x + x^2 \\ &= x^2 - 20x + 102,56 \end{aligned}$$

2c) AEF est rectangle en F

$$\Leftrightarrow AE^2 = AF^2 + FE^2$$

$$\Leftrightarrow 170,56 = x^2 + 100 + x^2 + 20x + 102,56$$

$$\Leftrightarrow 170,56 = 2x^2 + 20x + 202,56$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 20x + 32 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x + 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } x = 8$$

↳ d'après Ac).

Pour que le triangle AEF soit rectangle en F, la longueur x doit être égale à 2 ou à 8.

Fin de l'exercice 5.

2. D est symétrique de B par rapport à I si et seulement si I est le milieu de [BD]:

$$x_I = \frac{x_B + x_D}{2} \quad (\Rightarrow) \quad -1 = \frac{-6 + x_D}{2}$$

$$(\Rightarrow) -2 = -6 + x_D$$

$$\Leftrightarrow x_D = 4.$$

$$y_I = \frac{y_B + y_D}{2} \quad (\Rightarrow) \quad 4 = \frac{4 + y_D}{2}$$

$$\Leftrightarrow y_D = 4. \quad \text{donc } D(4;4).$$

3. [AC] et [BD] se coupent en leur milieu I donc ABCD est un parallélogramme.

De plus, le triangle ABC est rectangle en B donc ABCD est un parallélogramme avec un angle droit : c'est un rectangle.

Exercice 5. (8).

Soit $A(2; 8)$, $B(-6; 4)$ et $C(-4; 0)$

1. On admet que $AB = 4\sqrt{5}$.

$$a) AC = \sqrt{(x_c - x_A)^2 + (y_c - y_A)^2}$$

$$AC = \sqrt{(-4 - 2)^2 + (0 - 8)^2}$$

$$AC = \sqrt{36 + 64}$$

$$AC = 10.$$

$$BC = \sqrt{(-4 + 6)^2 + (0 - 4)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 16}$$

$$= \sqrt{20}$$

$$= 2\sqrt{5}.$$

$$b) AC^2 = 100$$

$$AB^2 + BC^2 = 16 \times 5 + 20$$

$$= 100$$

$$\text{donc } AC^2 = AB^2 + BC^2$$

d'où d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

c) ABC étant rectangle en B, son cercle circonscrit a pour diamètre [AC] et pour centre le milieu de l'hypoténuse [AC].

donc I a pour coordonnées:

$$I \left(\frac{x_A + x_C}{2} ; \frac{y_A + y_C}{2} \right)$$

$$I \left(\frac{2 - 4}{2} ; \frac{8 + 0}{2} \right)$$

$$I (-1; 4)$$